

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Prof. Giovanni Masala – gennaio 2026



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 8} \cdot \log(x + 3)}{x + 1}$$

Dominio	$E = (-3, -1) \cup (-1, 2] \cup [4, +\infty)$
Positività	$P = (-3, -2) \cup (-1, 2) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0); \quad B(2; 0); \quad C(4; 0); \quad D(0; 2\sqrt{2} \log 3)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 3x - 2} - 3x + 4)$ e $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} \cdot x^4 - x + 2 \log x}{e^{x-1} - x^2}$

Soluzioni	$9/2; -7$
-----------	-----------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = 3 \log(4 - x) - 2 \log(2 - x)$

Derivata prima	$f' = \frac{x+2}{(x-4) \cdot (x-2)} \quad E = (-\infty, 2)$
Estremi	$m(-2; -2 \log 4 + 3 \log 6)$ cresce in $(-2, 2)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^3 - 6x^2 + 14x - 16)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x - 2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot x \cdot (x^2 - 4)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; -76e^{-2}); F_2(0; -16); F_3(2; -4e^2)$ convessa in $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 3x^2 + 2}}{x^2 - 4x + 3}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{1, 3\}$
As. verticali	$x = 1$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{x}{\sqrt{x}-3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2x^{3/2}}{3} + 3x + 18\sqrt{x} + 54 \log \sqrt{x}-3 $ $\frac{65}{3} + 54 \log 2 - 54 \log 3 \approx -0,23$
Integrale indefinito	$-e^{-x} \cdot (x^2 + 2x + 2) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 6y + k \cdot z = 1 \\ k \cdot x - 2y + 4z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -7/2; 2$ incompatibile $k \neq -7/2; 2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{6k+23}{2k^2+3k-14}; y = \frac{-20+k+2k^2}{-28+6k+4k^2}; z = \frac{4(3+k)}{14-3k-2k^2}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 + 6x \cdot y - 2x + 4y^2 + y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 2y + 1 = 0$.

Derivate parziali	$f_x = 4x + 6y - 2 \quad f_y = 6x + 8y + 1$
Estremi liberi	$S(-11/2; 4) \quad z = 19/2 \quad H = -4$
Estremi vincolati	$m(-1/4; 1/4) \quad \lambda = -3/4 \quad z = 11/4$ $H = -96$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di limiti e legame con asintoti orizzontali/verticali (punti 2, 4*)
- 2) Il legame tra continuità e derivabilità con esempi (punti 2, 4*)
- 3) Enunciato e dimostrazione del teorema di Torricelli (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*